

Задачи към 1.9 Логически преобразувания

(1) Определете дали изразът е в нормална дизюнктивна форма, в нормална конюнктивна форма, в двете едновременно или в нито една от двете.

1) $s \vee \neg q \vee s \vee \neg r$

6) $\neg q \vee (\neg r \wedge s \wedge p) \vee \neg r$

2) $(\neg p \wedge r) \vee (q \wedge \neg q) \vee s$

7) $q \wedge (r \vee \neg s \vee \neg p) \wedge \neg r$

3) $(r \vee \neg q) \wedge \neg p \wedge (q \vee \neg(r \vee q) \vee \neg s)$

8) $\neg(r \wedge q) \vee (\neg p \wedge q) \vee r$

4) $\neg q \vee \neg(p \wedge q) \vee (\neg r \wedge q)$

9) $(p \wedge \neg q \wedge r) \vee p \vee \neg q \vee r$

5) $\neg r \wedge q \wedge \neg s \wedge r$

10) $(p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \vee \neg(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

(2) Преобразувайте следните формули в нормална дизюнктивна форма и ги опростете доколкото е възможно:

1) $(p \wedge \neg p \wedge q) \vee [q \wedge (q \vee r)] \vee q$

11) $[(r \rightarrow \neg s) \rightarrow r] \wedge \{(r \wedge s) \vee [\neg r \rightarrow \neg(p \rightarrow q)]\}$

2) $\neg q \rightarrow \{\neg p \wedge [q \vee (\neg p \wedge \neg q)]\}$

12) $(p \wedge \neg r \wedge p) \vee \{[(q \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)] \rightarrow q\}$

3) $\neg[\neg(q \rightarrow r) \vee (r \wedge q)] \vee \neg(p \rightarrow q)$

13) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (r \leftrightarrow q)$

4) $\neg q \rightarrow \{(r \rightarrow q) \rightarrow \neg[\neg r \wedge (\neg q \vee \neg p)]\}$

14) $[p \wedge \neg(s \rightarrow q)] \vee [(p \vee q) \wedge (s \vee p)] \vee (s \wedge \neg q)$

5) $(p \leftrightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)$

15) $[(p \rightarrow q) \rightarrow p] \leftrightarrow \neg p$

6) $(\neg p \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow \neg q)$

16) $[(p \rightarrow q) \rightarrow q] \wedge \neg(p \rightarrow \neg q)$

7) $\neg\{[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow (q \wedge \neg r)\} \rightarrow q$

17) $\{\neg[r \vee \neg(s \rightarrow p)] \wedge (s \rightarrow \neg p)\} \rightarrow (r \wedge s)$

8) $[(p \wedge \neg q) \vee \neg p] \rightarrow \neg[(r \vee q) \rightarrow \neg q]$

18) $p \rightarrow [q \leftrightarrow (r \wedge s)]$

9) $s \leftrightarrow (q \wedge r)$

19) $\neg(\neg r \rightarrow \neg\{q \vee \neg[p \vee \neg(q \vee r)]\})$

10) $(p \wedge q) \leftrightarrow (q \rightarrow r)$

20) $p \leftrightarrow (r \leftrightarrow q)$

(3) Проверете чрез логически преобразувания дали следните двойки формули са логически еквивалентни.

1) $\neg(\neg p \rightarrow q)$

6) $p \rightarrow [(p \wedge \neg q) \rightarrow r]$

$\neg(\neg q \rightarrow p)$

$r \vee q \vee \neg p$

2) $(p \rightarrow q) \rightarrow \neg p$

7) $(p \wedge \neg q) \rightarrow r$

$\neg p \wedge \neg q$

$\neg r \rightarrow (\neg p \vee q)$

Задачи към 1.9 Логически преобразувания

3) $(p \rightarrow q) \vee (r \rightarrow q)$

$r \rightarrow (p \rightarrow q)$

4) $p \rightarrow (\neg q \wedge r)$

$(p \rightarrow \neg q) \wedge (p \rightarrow r)$

5) $(p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$

$p \leftrightarrow \neg q$

8) $(p \wedge q) \rightarrow (r \wedge s)$

$[(p \vee q) \rightarrow s] \wedge [\neg r \rightarrow (\neg q \wedge \neg p)]$

9) $\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r \wedge \neg s$

$\neg(\neg p \rightarrow s) \wedge \neg(\neg q \rightarrow r)$

(4) Определете с логически преобразувания кои от следните твърдения са логически еквивалентни помежду си и кои не:

1) Иван ще се пропие, ако Мария го изостави или го уволнят.

2) Иван ще се пропие, ако Мария го изостави, или ще се пропие, ако го уволнят.

3) Иван ще се пропие, ако Мария го изостави и го уволнят.

4) Иван ще се пропие, ако Мария го изостави, но ще се пропие и ако го уволнят.

5) Ако Мария изостави Иван, то ако го уволнят, Иван ще се пропие.

(5) Докажете с логически преобразувания, че следните формули са тавтологии.

1) $\neg(p \vee q) \rightarrow \neg p$

5) $\neg p \rightarrow \neg(p \wedge q)$

2) $(p \rightarrow q) \rightarrow [(r \vee p) \rightarrow (r \vee q)]$

6) $\neg p \rightarrow [(p \rightarrow q) \vee q]$

3) $[p \vee (q \wedge \neg r)] \rightarrow [(p \vee q) \wedge (r \rightarrow p)]$

7) $[p \wedge (q \vee r)] \rightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$

4) $[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \rightarrow [(p \vee r) \rightarrow (q \vee s)]$

8) $[(p \rightarrow q) \vee r] \rightarrow \neg[(p \wedge \neg q) \wedge \neg r]$