

Задачи към 3.7 Логически преобразувания в предикатната логика

(1) Докажете чрез преобразувания, че следните двойки формули са логически еквивалентни:

- 1) $\forall x(\neg Fx \wedge Gbx)$ $\neg \exists x Fx \wedge \forall x Gbx$
- 2) $\forall x[\exists y Fyx \rightarrow \exists z Gzx]$ $\forall x \forall y \exists z (Fyx \rightarrow Gzx)$
- 3) $\neg \forall z (Hz \wedge \exists x Fxz) \rightarrow \forall y Gy$ $\forall y [(\forall z Hz \wedge \forall z \exists x Fxz) \vee Gy]$
- 4) $\exists y (Fy \rightarrow \forall x Gxy)$ $\neg \forall y Fy \vee \exists y \forall x Gxy$
- 5) $\exists z \neg (Hzz \wedge Gza)$ $\neg \forall z Hzz \vee \exists z \neg Gza$
- 6) $\forall y [\neg Fay \wedge \forall z Gyz] \vee \exists z Hz$ $\forall z \neg Hz \rightarrow [\neg \exists y Fay \wedge \forall y \forall z Gyz]$
- 7) $\forall x Fxy \leftrightarrow \neg \exists z Gz$ $\exists x (Fxy \rightarrow \forall z \neg Gz) \wedge \forall x \exists z (\neg Gz \rightarrow Fxy)$
- 8) $\forall y [Fy \rightarrow Hay] \rightarrow \exists z Hza$ $\exists z \exists y [(Fy \wedge \neg Hay) \vee Hza]$
- 9) $\exists y [\exists x (Hy \vee \neg Gxy) \rightarrow \neg \exists z Fz]$ $\forall z [\forall y \exists x (Gxy \rightarrow Hy) \rightarrow \neg Fz]$
- 10) $\forall y Fy \rightarrow \{[\exists x Hxx \vee \exists x Gx] \rightarrow \exists z Hzz\}$ $\exists z \exists y \{Fy \rightarrow \forall x [(Hxx \vee Gx) \rightarrow Hzz]\}$
- 11) $\forall y [\forall x Fx \rightarrow (\exists z Gzy \wedge Hy)]$ $\exists x [Fx \rightarrow \forall y \exists z (Gzy \wedge Hy)]$
- 12) $\forall x (Hx \wedge Fxy) \rightarrow \exists z (Gx \wedge Hz)$ $\exists z [\neg \forall x Hx \vee \neg \forall x Fxy \vee (Gx \wedge Hz)]$

(2) Преобразувайте следните формули в пренекс форма:

- 1) $\forall x \exists y Gxy \rightarrow [\exists y \forall z Gyz \rightarrow \forall x \forall z Fxz]$
- 2) $\exists x \forall y Fxy \rightarrow [\forall y \exists x Gyx \wedge \neg \forall x \exists z Hxz]$
- 3) $[\forall x Fx \leftrightarrow \forall x Gx] \rightarrow \forall x Hx$
- 4) $\exists x Fx \rightarrow [\exists x Gx \leftrightarrow \exists x Hx]$