

Exercises to 1.5 Truth-value analysis

(1) Determine by truth-value analysis whether the following formulas are tautologies, contradictions, or contingent:

1) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$

2) $\neg(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$

3) $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$

4) $[p \rightarrow (\neg q \vee r)] \vee (\neg p \vee q)$

5) $[(p \rightarrow q) \rightarrow r] \leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$

6) $(p \rightarrow \neg q) \rightarrow \neg p$

7) $(p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q)$

8) $(\neg p \wedge \neg q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow \neg q)$

9) $(p \rightarrow q) \rightarrow [(\neg r \vee p) \rightarrow (r \wedge \neg q)]$

10) $[(\neg p \vee \neg q) \wedge \neg r] \rightarrow [(p \wedge q) \leftrightarrow r]$

(2) Prove by truth-value analysis that the following formulas are tautologies:

1) $\neg(p \vee q) \rightarrow \neg p$

2) $(p \rightarrow q) \rightarrow [(r \vee p) \rightarrow (r \vee q)]$

3) $[p \vee (q \wedge \neg r)] \rightarrow [(p \vee q) \wedge (r \rightarrow p)]$

4) $[(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s)] \rightarrow [(p \vee r) \rightarrow (q \vee s)]$

5) $\neg p \rightarrow \neg(p \wedge q)$

6) $\neg p \rightarrow [(p \rightarrow q) \vee q]$

7) $[p \wedge (q \vee r)] \rightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$

8) $[(p \rightarrow q) \vee r] \rightarrow \neg[(p \wedge \neg q) \wedge \neg r]$